

Algoritmikerho 10.11.

Juha Harviainen

- Moniko luku jaollinen 3:lla tai 5:llä?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

Jaollisuus

- Moniko luku jaollinen 3:lla tai 5:llä?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

- 3:lla jaollisia $15 / 3 = 5$

Jaollisuus

- Moniko luku jaollinen 3:lla tai 5:llä?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

- 3:lla jaollisia $15 / 3 = 5$
- 5:llä jaollisia $15 / 5 = 3$

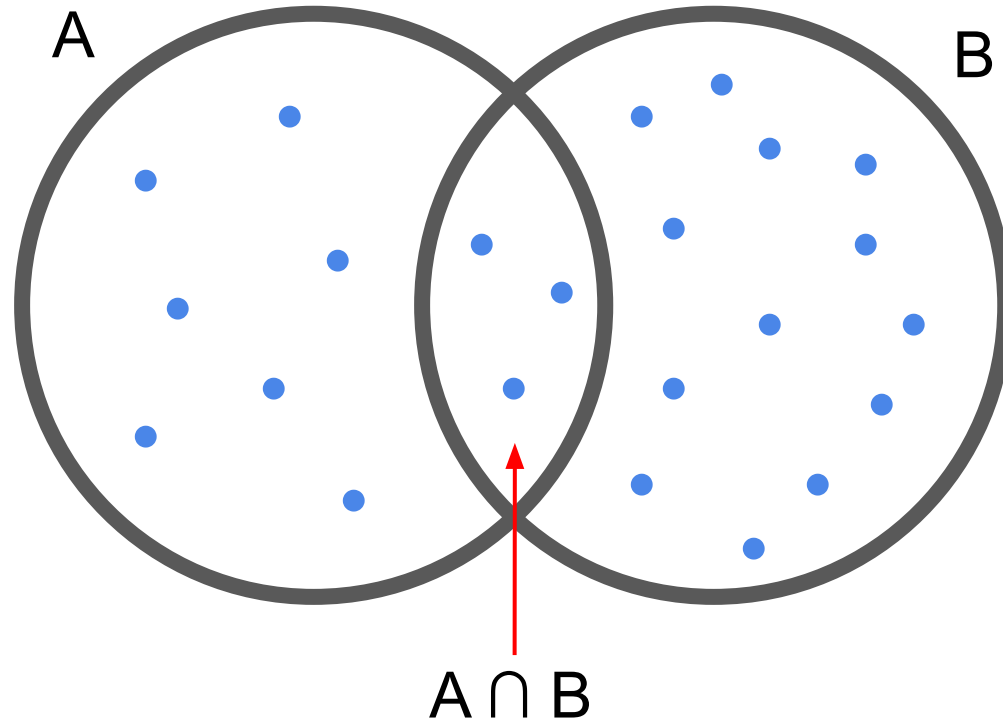
Jaollisuus

- Moniko luku jaollinen 3:lla tai 5:llä?

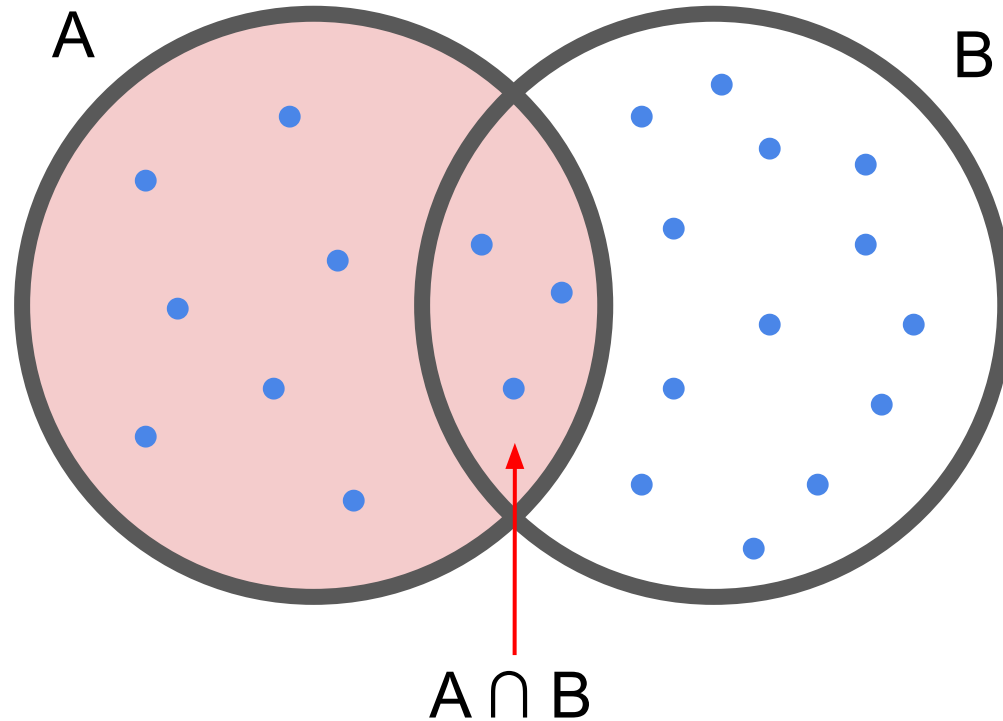
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

- 3:lla jaollisia $15 / 3 = 5$
- 5:llä jaollisia $15 / 5 = 3$
- 15 laskettiin kahdesti!

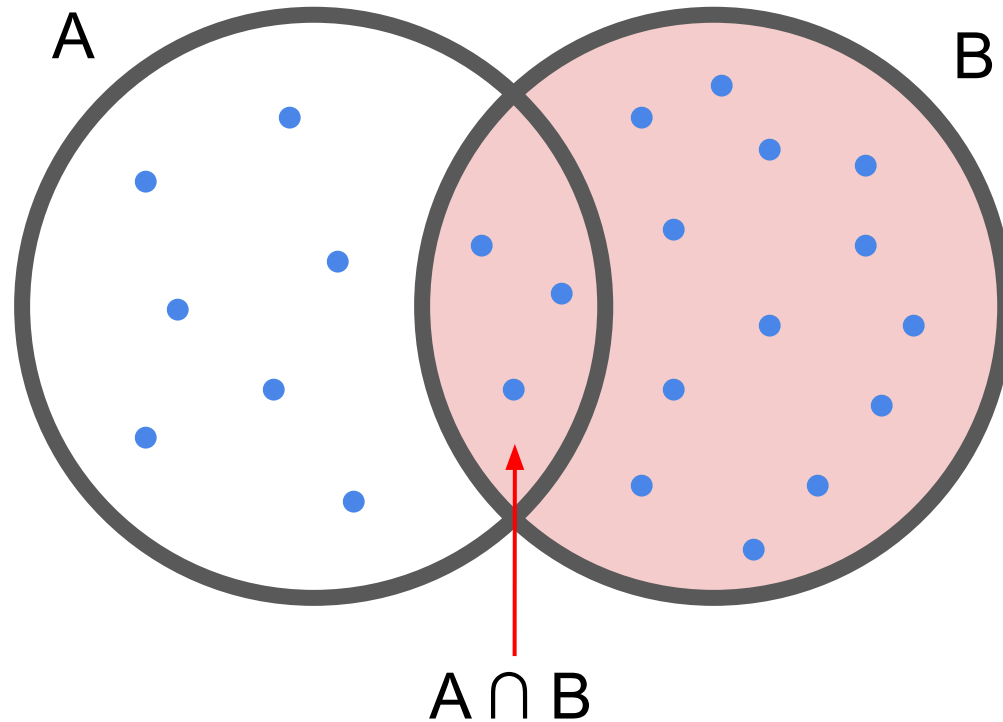
Joukko-oppia



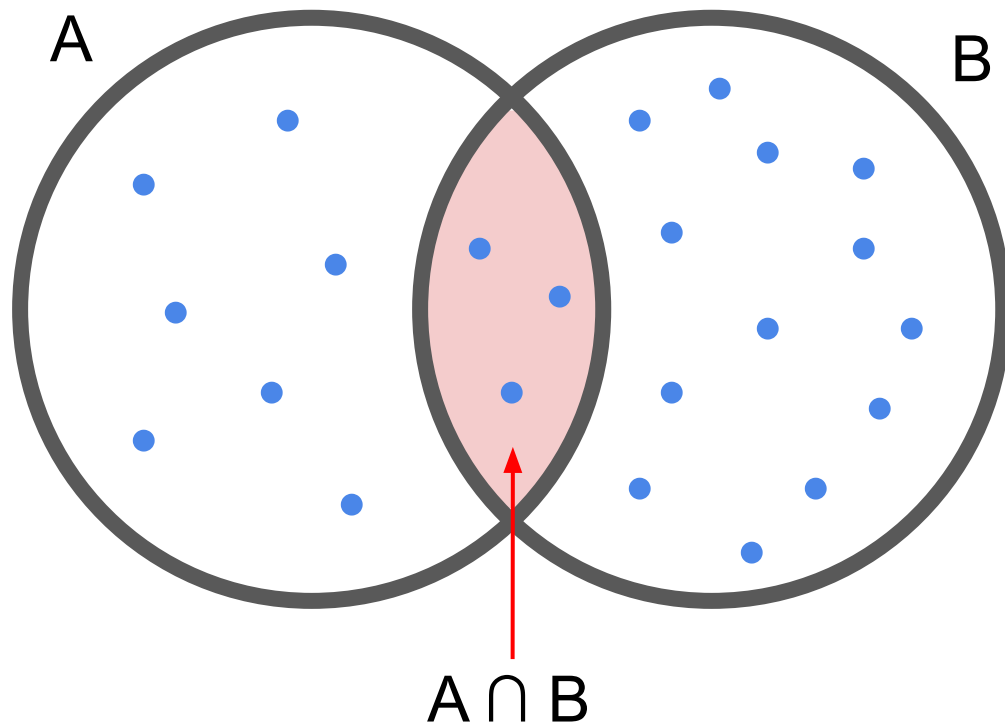
Joukko-oppia

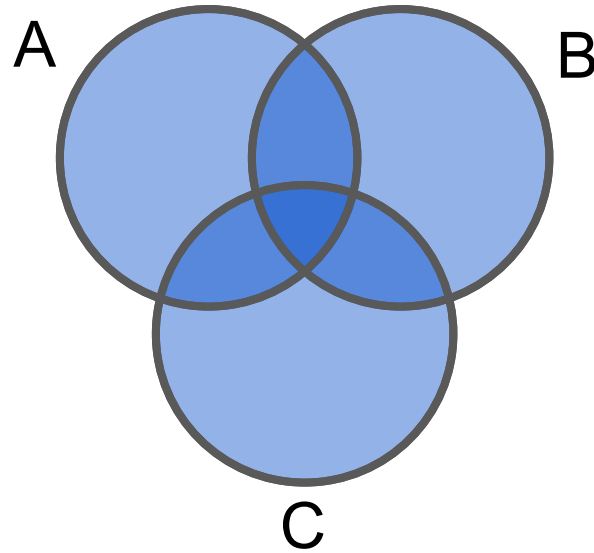


Joukko-oppia



Joukko-oppia





Ominaisuudet

- Joukko objekteja
 - Lukuja, verkon solmuja, jne.
- Objekteilla ominaisuuksia
 - P_1 : *“luku on jaollinen 3:lla”*
- Onko ominaisuuden omaavien määrä helposti selvitettävissä?
- Entä niiden, joilla on tietty joukko ominaisuuksia?

Inkluusio–ekskluusio

- Ominaisuudet $P_1, P_2, \dots, P_n$
- Kuinka monella objektilla on **jokin** ominaisuuksista?
- Joukko A_i : objektit joilla ominaisuus P_i
- Etsitään joukon $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ kokoa

Ratkaisu: Leikkausten koot kaikista A_i eri yhdistelmistä

- Pariton määrä joukkoja: lisäys
- Parillinen määrä joukkoja: vähennys
- $|A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2| + \dots$

Paluu jaollisuuteen

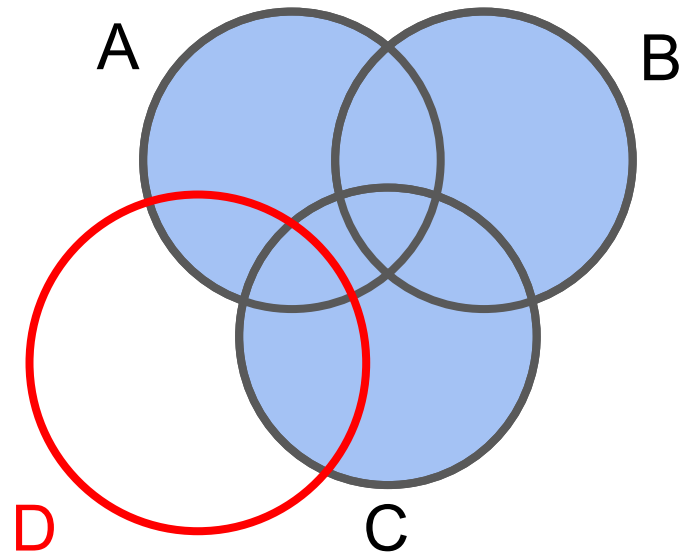
- Moniko luku jaollinen 3:lla tai 5:llä?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

- 3:lla jaollisia $15 / 3 = 5$
- 5:llä jaollisia $15 / 5 = 3$
- 15 laskettiin kahdesti!

Kaavan todistus

- Induktio
- Tiedetään ratkaisu $n - 1$ ominaisuudelle
- Lisätään D , vähennetään sen ja kaikkien muiden joukkojen leikkaus
 - Alkuperäinen lasku uusiksi, mutta $D \cap A$, $D \cap B$ ja $D \cap C$



- **Ongelma:** Tavat lukujen $1, \dots, n$ jakoon k :hon epätyhjään joukkoon?
 - $\{1\}, \{2, 3\}$ $\{2\}, \{1, 3\}$ $\{3\}, \{1, 2\}$
- P_i : Joukko i on tyhjä
- Jos tietyt j joukkoa tyhjiä, numeroilla $(k - j)^n$ sijoitustapaa
- Vaihtoehtoja j joukolle $C(k, j)$ kappaletta
- Joukkojen järjestyksellä ei väliä: jaetaan $k!$:lla

$$S(n, k) = \frac{1}{k!} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{k}{j} (k - j)^n.$$

- **Bittimaskit** eli kokonaislukujen binääriesitykset
 - Luvun 13 5-bittinen maski: 01101
 - Ykkösbitti: vaaditaan kyseinen ominaisuus

```
for i in range(1<<n):  
    for j in range(n):  
        properties = []  
        if i & (1<<j):  
            properties.append(j)  
        ans -= pow(-1, len(properties)) * f(properties)
```

<https://cses.fi/algo/list/>